

Verbeter het rekenonderwijs met de strategie: 'VAN OEFENEN NAAR ZELF ONTWIKKELEN'

In ons eerste artikel¹ over de stand van het Nederlandse rekenonderwijs betoogden wij dat het rekenonderwijs een eenduidige, consistente aanpak vereist in het rekenonderwijs van primair onderwijs naar voortgezet onderwijs en bij het VO in onder- en bovenbouw door alle verwante vakken heen. Dat is een basisvoorwaarde in de curriculumopbouw, omdat het houvast biedt aan het kind. Houvast is een vorm van veiligheid. Onze aanpak gaat bovendien uit van een consequente en consistente herhaling, waardoor de stof beter beklijft. In die rekenaanpak wordt begonnen met methoden uit de traditionele rekendidactiek. Gaandeweg ontwikkelt die aanpak zich naar het gebruik van methoden uit de realistische rekendidactiek. In dit tweede artikel concretiseren we deze ontwikkelmethode naar de rekenleerlijn 'Van oefenen naar zelf ontwikkelen'.

Tot het onderzoek van de KNAW² in 2009 waren er heftige discussies over het gebruik van traditionele rekendidactiek of de realistische rekendidactiek³. Na 2010 lijkt de storm van die discussie over de te gebruiken vakdidactiek in het rekenonderwijs wat te zijn geluwd. De onderzoekers concluderen dat er geen redenen zijn om te veronderstellen dat de ene rekendidactiek betere resultaten biedt dan de andere. Het is vooral de leraar⁴ die het verschil maakt. Zij geven verder aan dat het realistisch rekenen mogelijk leidt tot beter getalbegrip en schattend rekenen, terwijl de traditionele vakdidactiek mogelijk betere resultaten biedt in de ontwikkeling van de basisrekenvaardigheden (basisconventies). Dit is ook eerder aan de orde gesteld in diverse onderzoeken (w.o. PPON 2004⁵).

Uit PISA onderzoek in 2003 blijkt de Nederlandse leerlingen na de Finse leerlingen het hoogste gemiddelde te behalen voor wiskunde. Uit het PISA-onderzoek van december 2007 daarentegen blijkt dat het niveau significant is gedaald. De daling doet zich voor in de hoge vaardigheidsniveaus (Meijerink, 2008: 12)⁶. Ook Van der Craats (2008: 5-6)⁷ geeft aan dat juist de betere leerlingen steeds slechtere resultaten halen. 'Internationaal neemt Nederland nog steeds een sterke positie in, maar deze kalft af. Ook bij onderdelen waar vooruitgang is geboekt, zoals getalbegrip en schattend rekenen, blijft het peil ver achter bij de gestelde standaard. Bij bewerkingen met grotere getallen en kommagetallen is het peil sterk gedaald, deels door een keuze voor uit het hoofd rekenen waar schriftelijk rekenen geboden is. Dit mag niet worden gerelativeerd door te wijzen op de rekenmachine. Te weinig leerlingen bereiken een geavanceerd niveau. Nederland blijft achter bij de Aziatische landen en verliest terrein aan andere West-Europese landen' (KNAW, 2009: 11)⁸. De achteruitgang wordt in 2013 bevestigd door de WRR⁹, vooral voor het basis- of primair onderwijs (PO).

Het onderzoek van de KNAW illustreert onze stellingname dat niet de éne of de andere, maar juist een combinatie van beide rekenvakdidactieken goed is voor de effectiviteit van het rekenonderwijs. Het is niet voor niets dat de internationale score van het Nederlands rekenonderwijs de laatste jaren afneemt¹⁰. Realistisch rekenen in het primair onderwijs is ons inziens een brug te ver voor de meeste kinderen. Het geeft niet het fundament mee dat nodig is voor de verdere ontwikkeling van vaardigheden en inzicht, omdat het onvoldoende aansluit bij de leeftijdsfase.

¹ Veltman, Theo, Verlaan, Ankie, (december 2013), 'De zinloze oorlog in het land van de rekendidactiek', Rotterdam, Stichting Cosmicus, Cascade. Jaargang 10, december 2013: 29-33

² KNAW, (2009), 'Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering', Amsterdam: KNAW.

³ Voor een inzicht in de ontwikkeling van de didactiek in het rekenonderwijs vanaf de 19^e eeuw, verwijzen wij naar Keijzer, R., Heege, J. ter, 'Leren van evalueren. Verslag 27^e Panama conferentie', Utrecht: Panama-Post: Reken-Wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk (28), blz 40 e.v.

⁴ Zie ook Veltman, Theo, (2002), 'ICT in het onderwijs: een kwestie van lange adem', Alphen a/d Rijn: Kluwer: Management & Informatie, 3.

⁵ Janssen, Jan, Schoot, Frans van der, Hem, Bas, (2005), 'Balans [32] van het reken-wiskunde onderwijs aan het einde van de basisschool 4. Uitkomsten van de vierde peiling in 2004', Arnhem: Cito. Ook: PPON 2004 genoemd.

⁶ Meijerink, H., (2008), 'Over de drempels met taal en rekenen. Hoofdrapport van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen', Enschede: www.taalenrekenen.nl.

⁷ Craats, Jan van de, (maart 2008), 'Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen. Zwartboek Rekenonderwijs', Amsterdam: Craats.

⁸ KNAW, (2009), 'Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering', Amsterdam: KNAW.

⁹ WRR, (nov 2013: 260), 'Naar een lerende economie. Investeren in het verdienvermogen van Nederland', Den Haag: WRR.

¹⁰ O.a. Schoot, Frank van der, (2007), 'Onderwijs op peil? Een samenvattend overzicht van 20 jaar PPON'. Arnhem: Cito

Ook een andere didactiek biedt natuurlijk geen garantie voor een subliem resultaat, want het gaat vooral om het stimuleren van onze zeer gedifferentieerde leerlingpopulatie. Het is onze taak leerlingen zo ver mogelijk te brengen in een dynamische, steeds complexer wordende maatschappij. De kwaliteit van de leraar is daarbij cruciaal, maar ook de samenwerking van docenten van verschillende vakken is nodig om leerstrategieën te laten landen. Het gebruik van één rekendidactiek die bovendien goed aansluit bij de denkwereld van het kind helpt, versterkt die samenwerking en biedt, als gezegd, het kind consistentie en dus houvast.

In dit artikel beschrijven wij een aantal kenmerken van een rekenaanpak, waarin de sterke punten van de traditionele en van de realistische rekendidactiek zijn gecombineerd. Wij noemen dat: de rekenleerlijn '*Van oefenen naar zelf ontwikkelen*'. Doel van de rekenleerlijn is elk kind:

1. een gedegen basis mee te geven voor het 'dagelijks verkeer' in de maatschappij en
2. te stimuleren om binnen haar/zijn mogelijkheden inzichten te ontwikkelen en de vaardigheid om een situatie te interpreteren en uiteindelijk om zelf oplossingsstrategieën te ontwikkelen in allerlei situaties.

Het gaat hier dus om een breder resultaat dan alleen kunnen rekenen: een goede rekenbasis is ook belangrijk voor het maken van een juiste studie- en beroepskeuze. Wij verwachten dat goed rekenonderwijs ook drempelverlagend werkt voor de exacte vakken.

In de praktijk betekent deze strategie dat eerst basisconventies geautomatiseerd worden met gebruik van een oplossingsstrategie die de leraar aanreikt. Tegelijkertijd wordt een werkwijze aangeleerd met 'goede gewoonten', bijvoorbeeld door de tussenresultaten op te schrijven. Als die kennis en vaardigheden goed in ontwikkeling zijn, kunnen we gaandeweg de gelegde basis verbreden en verdiepen door het gebruik van rekenopgaven die gaan van minder complex en dichtbij de leefwereld van het kind naar meer complex, met een maatschappij- brede oriëntatie en met een grote zelfred- en zelfwerkzaamheid van het kind.

Basisconventies = basiskennis + basisbewerkingen

Basiskennis: weten dat iets een getal of breuk is. Basisbewerkingen: tellen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. De nadruk ligt op procedurele kennis¹¹. Er valt weinig inzicht te hebben in het feit dat we gekozen hebben voor een tientallig stelsel; dat een meter ooit gekozen is op 100 centimeter en als maat wordt bepaald door een internationale standaard. Je moet gaan snappen wat dat betekent, leren hoe je de eerste tien getallen kunt gaan manipuleren met de basisbewerkingen tot meer complexe getallen en het inzicht verwerven dat het getal '0' heel bijzonder is, de tafels... etc.

Kenmerken van de rekenleerlijn '*Van oefenen naar zelf ontwikkelen*' zijn:

1. Uitgaan van de rekenvakdidactiek die past bij de leersituatie van het kind, namelijk:
 - a. het rekenonderwijs bij fundamenteel en praktisch onderwijs (PO/1F en VMBO-MO/2F) dichtbij de leefwereld van het kind houden. Dat betekent voornamelijk traditioneel rekenen, ondersteund met oefeningen in en uit de leefwereld van het kind die ruimtelijk inzicht stimuleren (omtrek rechthoek - rondje voetbalveld).
 - b. als het beroepsvoorbereidende of 'voorbereidend wetenschappelijk' karakter van het onderwijs toeneemt (top MBO/2F¹²-VWO/3F): steeds meer de grenzen van het kind zoeken om zelfwerkzaamheid en zelfoplossend vermogen te stimuleren. Werken met realistisch rekenen. En samenwerken en samen leren integreren in de werkwijze vanaf werken aan opgaven 2F.

Kortom: eerst de basisconventies en een basiswerkwijze automatiseren. Dan verder werken aan het ontwikkelen van inzicht en vaardigheid.

¹¹ Velzen, Joke van, ((2008), '*Kennis & denken & doen*', Apeldoorn: Garant.

¹² Maar ook voor de groep die wordt voorbereid op de overstap VMBO/MBO naar Havo4.

2. Rekendomeinen van de referentieniveaus gebruiken als basis voor de rekenleerlijn 'van oefenen naar zelf ontwikkelen'.
3. De leraar trainen in van begeleidend sturen (1F deel 2F) naar begeleidend stimuleren van leren (2F-3F).

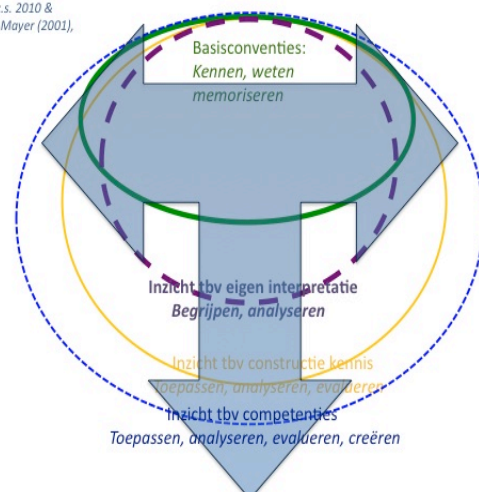
Tenslotte de volgende kanttekening: het ligt voor de hand om ter ondersteuning van het oefenen gebruik te maken van geautomatiseerde leermethoden. Daar hoeft niets mis mee te zijn. Waar het fout gaat is dat er geen of te weinig tijd van leraren of onderwijsassistenten wordt ingeroosterd voor begeleiding van de kinderen, zodat een actieve vraagbaak ontbreekt. De gedachte is dat het pakket begeleiding geeft waar dat nodig is, in de vorm van foutsignalering, extra uitleg en opgaven op het niveau van de fout om dat te corrigeren. Echter: de uitleg is standaard en de opgaven voorgekookt. Dat schiet tekort als het gaat om de individuele behoefte van het kind. Kinderen (incl pubers) hebben aandacht nodig en directe stimuli om 'saaiere dingen' te doen. Dat geldt zeker voor zwakke rekenaars. Volgens o.a. Gelderblom¹³, Milikowsky¹⁴ moeten juist zwakke rekenaars niet langdurig zelfstandig werken.

Starten met het automatiseren van de basisconventies.

'Goede automatisering van basisbewerkingen zorgt ervoor dat het werkgeheugen minder wordt belast bij complexere rekenopgaven'¹⁵. Als een kind de basisconventies heeft geautomatiseerd, ontstaat ruimte voor het ontwikkelen van meer complexe oplossingsstrategieën (inzicht) en voor kennisontwikkeling in meer algemene zin. Het fundament groeit. Dat principe is weergegeven in de naastliggende figuur¹⁶. De basis moet zo geautomatiseerd zijn, dat het kind 's nachts wakker gemaakt kan worden en dan nog de basisbewerking kan 'opdreunen'. Er moet geoefend worden zodat deze kennis "inslijt".

Het nut van starten met het aanleren van basisconventies blijkt ook uit de ervaringen in de afgelopen periode, waar in het primair onderwijs meestal het realistisch rekenen is gebruikt. De onderzoekers van het KNAW¹⁷ constateren in 2009 een milde vooruitgang bij het getalbegrip en schattend rekenen, onderdelen die veel aandacht krijgen in het realistisch rekenen. Maar men constateert een achteruitgang bij onderdelen die meer centraal staan in de traditionele rekendidactiek. Het is dus zeer denkbaar dat het gebruik van realistisch rekenen in het primair onderwijs heeft geleid tot een verbeterd eerste inzicht bij leerlingen maar dat ze de basisconventies minder onder de knie hebben. Dat leidt tot de conclusie dat het verstandig is om eerst de basisconventies te ontwikkelen en deze daarna gaandeweg te verbreden en verdiepen naar het ontwikkelen van meer vaardigheden en inzicht om zo zelf meer complex wordende situaties te kunnen doorgronden en op te lossen.

Based on Marzano c.s. 2010 & Revised Bloom (o.a. Mayer (2001), Anderson, 2002).



Basisconventies geven stevigheid (liggende pijl) en ruimte voor het ontstaan van inzicht. De basisbewerkingen zijn immers geautomatiseerd, niet meer over nadenken. Dat geeft ruimte voor spelen met mogelijkheden. Je leert wat wel en wat niet werkt (bewust onbekwaam-onbewust bekwaam). Het inzicht wordt geïntegreerd in ons dagelijks denken en handelen. Het wordt een competentie (onbewust bekwaam). De competentie wordt in feite een basisconventie, want geautomatiseerd. De cirkel is rond. Het fundament verbreedt en verdiept (basispijl), waardoor meer ruimte voor creativiteit in het zien van het vraagstuk en oplossingsmogelijkheden. Je kan steeds beter en meer zelfstandig spelen met kennis en mogelijkheden. Dat is leren, elke dag.

¹³ Gelderblom, G., (2010: 92), 'Effectief omgaan met zwakke rekenaars', Amersfoort: CPS, 2^e druk.

¹⁴ Milikowski, M., (2012), 'Dyscalculie en rekenproblemen. 20 obstakels en hoe ze te nemen', Amsterdam: Boom

¹⁵ Inspectie van het Onderwijs (april 2011: 6), 'Onderwijsverslag 2009 / 2010'. De Meern: Inspectie van het Onderwijs.

¹⁶ Veltman, Theo, Verlaan, Ankie, (december 2013), 'De zinloze oorlog in het land van de rekendidactiek', Rotterdam, Stichting Cosmicus, Cascade. Jaargang 10, december 2013: 29-33

¹⁷ KNAW, (2009), 'Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering', Amsterdam: KNAW

Het leren van basisconventies vereist in eerste aanleg ‘weten’ door te memoriseren en te begrijpen (taxonomy van Bloom). Daar kun je niet vroeg genoeg mee beginnen: *“Als jonge kinderen al moeite hebben met tellen en getalbegrip (...), is de kans aanzienlijk dat ze moeite krijgen met rekenen”*¹⁸. Dat ‘weten’ ontstaat doordat iemand vertelt wat je moet doen, langs welke weg (oplossingsstrategie) en je laat oefenen, tot vervelens toe. *“Oefenen leidt tot beter rekenvaardigheden. Het doel van oefenen is minimaal dat leerlingen de basisbewerkingen (tellen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) automatiseren en dat deze geautomatiseerd blijven”*¹⁹. Dit past bij traditioneel rekenen.

Het oefenen uit het traditioneel rekenen wordt door sommigen afgedaan als ‘opdreunen’ en niet zelf kunnen. Dat hoeft echter niet zo te zijn. Er zijn ook creatieve mogelijkheden om de basiskennis en – bewerkingen te oefenen. Laat kinderen de getallen zingen en op muziek optellen en aftrekken; gebruik plaatjes om te tellen. Deze ideeën worden al lang gebruikt in bijvoorbeeld Sesamstraat en kinderboeken. Dat kan ook in de klas, ook in het voortgezet onderwijs, hoewel je daar waarschijnlijk beter weg komt met creatieve oefeningen tijdens gymnastiek of rappend vermenigvuldigen, maar wie waagt zich daar aan voor de klas? Overigens bewijzen methodes als het Leerorkest of “ieder kind een instrument” dat muzikeducatie in de klas bijdraagt aan de ontwikkeling van reken- en taalvaardigheden. Dus ook hier is samenwerking van docenten uit verschillende disciplines noodzakelijk om de leerling in zijn/haar ontwikkeling effectief te begeleiden.

De traditionele rekendidactiek zet het systematisch aanleren van één standaardalgoritme per bewerking centraal, via een directere sturing van de leerling door de leraar en voornamelijk aan de hand van contextloze opgaven.

Dus: basisconventies leren en memoriseren, los van context en door veel te oefenen, uitgaande van door de leraar aangereikte rekenregels en oplossingsstrategie;

De realistische rekendidactiek geeft een prominente rol aan contexten die eigen oplossingsstrategieën van de leerlingen uitlokken. Interactie hierover en reflectie hierop onder leiding van de leraar leiden dan tot de opbouw van inzicht, kennis en vaardigheid.

Dus: bij rekenopgaven met een context moeten we de situatie herkennen en interpreteren, regels kiezen en een aantal oplossingsstrategieën ontwikkelen om schattenderwijs tot een oplossing te komen. De rekenopgaven gaan van complex en herkenbaar passend bij de leefwereld van het kind naar meer complex en een meer maatschappij- brede context.

Een goede basis is als het fundament onder een huis. Hoe beter en breder, hoe meer kansen voor ontwikkeling en versterking van kennis, vaardigheden en inzicht. Een gestructureerde aanpak van de traditionele rekendidactiek past bovendien goed bij groepen die moeite hebben met leren. Wij denken dan bijvoorbeeld aan het VMBO. De werkwijze van het traditioneel rekenen geeft ook meer handvatten om van meet af aan goede gewoonten te leren bij het aanpakken van rekenopgaven.

Goede gewoonten al vroeg aanleren

De voornaamste oorzaak van de achteruitgang in het rekenen is volgens Putten c.s.²⁰, Cito²¹ en KNAW (2009) de toename van het hoofdrekenen en het gebruik van algoritmische oplossingsstrategieën uit het realistisch rekenen. Die strategieën ‘leiden *minder vaak .. tot een correct antwoord dan traditionele strategieën*’²². Doordat het hoofdrekenen centraal staat, leren kinderen niet om tussentijds uitwerkingen op te schrijven. Daardoor maken ze sneller fouten. Dat wordt versterkt doordat bijvoorbeeld jongens sowieso de neiging hebben om uit het hoofd te rekenen. Dat is ‘stoer’. We weten overigens nog niet wat de invloed is van het gebruik van rekenmachientjes.

¹⁸ Brandt-Bosman, Ria, Kaskens, Jarise, (2012: 55), ‘Grijp de rekenkansen. De referentieniveaus rekenen in het voortgezet onderwijs’, Amersfoort: CPS.

¹⁹ -Bosman, Ria, Kaskens, Jarise, (2012: 107), ‘Grijp de rekenkansen. De referentieniveaus rekenen in het voortgezet onderwijs’, Amersfoort: CPS.

²⁰ Putten, C.M. van, Hickendorff, M. van, (2006), *Strategieën van leerlingen bij het beantwoorden van deelopgaven in de periodieke peilingen aan het eind van de basisschool van 2004 en 1997*, Panama-Post: Utrecht, *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*: jaargang (25)

²¹ Janssen, Jan, Schoot, Frans van der, Hem, Bas, (2005), *Balans [32] van het reken-wiskunde onderwijs aan het einde van de basisschool 4. Uitkomsten van de vierde peiling in 2004*, Arnhem: Cito. Ook: PPON 2004 genoemd.

²² Schoot, Frank van der, (2007: 21), *Onderwijs op peil? Een samenvattend overzicht van 20 jaar PPON*. Arnhem: Cito.

Door te beginnen met rekenen op basis van door de leraar aangereikte oplossingsstrategieën kan aandacht gegeven worden aan het ontwikkelen van goede gewoonten. Onder meer door terugkerend voorbeeldgedrag van de leraar en voortdurend oefenen bij minder complexe rekenopgaven kan kinderen geleerd worden om de situatie op een bepaalde manier te analyseren (wat wordt gevraagd, welke gegevens worden gegeven, wat heb ik nodig etc) en tussenstanden bij het rekenen op te schrijven. Het vele oefenen onder regie van de leraar kan bovendien een vorm krijgen waardoor het kind ook de gewoonten leert uit de 'gouden driehoek van studiesucces':

- 1) het keer op keer horen en oefenen;
- 2) structuur geven aan wat je leert;
- 3) jezelf vragen stellen (en znodig antwoorden zoeken).

Deze driehoek sluit aan op hoe het korte en lange termijn geheugen werkt, waardoor de stof beter beklijft²³. Daardoor zijn leerlingen beter voorbereid op zelfstandig leren en behalen zij betere resultaten²⁴. Bovendien: aandacht geven aan kinderen is de beste vorm van enthousiasmeren. Er zijn inmiddels redelijk wat, helaas dure, scholen die kleine klassen hebben en huiswerk op school laten maken onder toezicht. Dat leidt tot goede resultaten, die niet voor iedereen betaalbaar blijken.

Het is al met al zo gek nog niet om zeker in de eerste jaren van het primair onderwijs meer aandacht aan kinderen te geven bij het rekenen in de vorm van regie en begeleiding door de leraar dan de jaren er na. Dat geldt ook voor het eerste jaar van het voortgezet onderwijs. Na die eerste periode moet bezien worden wie nog extra aandacht nodig heeft als gevolg van achterstand of rekentalent.

Rekendomeinen als basis voor de rekenleerlijn 'van oefenen naar zelf ontwikkelen'.

De commissie Meijerink²⁵ publiceert in januari 2008 de referentieniveaus taal en rekenen. In 2010 wordt de wet 'Referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen'²⁶ vastgesteld. Deze wet beoogt het rekenniveau van leerlingen te verbeteren door meetbare eisen te stellen op vier domeinen, namelijk getallen, verhoudingen, meten en meetkunde en verbanden.

De referentieniveaus dienen als leidraad voor scholen, docenten en onderwijsprogramma's in het primair, voortgezet, speciaal en middelbaar beroepsonderwijs. De referentieniveaus zijn de basis voor doorlopende leerlijnen taal en rekenen. Althans, dat is de bedoeling. Zover lijkt het echter nog niet altijd te zijn, bijvoorbeeld als het gaat om de aansluiting tussen primair en voortgezet onderwijs. Ook in het VO is er niet altijd een gedegen aansluiting tussen de rekenleerlijn van de onderbouw met die in de bovenbouw. Dat vereist een schoolbreed rekenbeleid, gelijk voor alle rekenkundige vakken²⁷.

Het model referentieniveaus kent de niveaus 1F, 2F, 3F (fundamenteel kennisniveau) en 1S, 2S, 3S (streefniveau voor wiskunde). In de figuur²⁸ wordt aangegeven welke eisen gesteld worden per schooltype. Kort door de bocht getypeerd gaat niveau 1 wat meer over kennis, overlopend naar 2, waarin ook steeds meer dagelijks/praktisch inzicht wordt gevraagd in overzichtelijke situaties. Bij niveau 3 wordt meer gevraagd van inzicht en zelfoplossend vermogen in complexe situaties.

²³ Velzen, Joke van, ((2008), ' *Kennis & denken & doen*', Apeldoorn: Garant.

²⁴ KNAW, (2009), '*Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering*', Amsterdam, KNAW

²⁵ Meijerink, H., (2008), '*Over de drempels met taal en rekenen. Hoofdrapport van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen*', Enschede: www.taalenrekenen.nl.

²⁶ Tweede Kamer, (2010), '*Voorstel van Wet Vaststelling van regels over referentieniveaus voor de taal- en rekenvaardigheden van leerlingen (Wet referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen)*'; Den Haag: SDU Uitgevers. TK vergaderjaar 2009–2010, 32 290, nr. 2 en Memorie van Toelichting; 32290, nr 3

²⁷ Veltman, Theo, Verlaan, Ankie, (december 2013), '*De zinloze oorlog in het land van de rekendidactiek*', Rotterdam, Stichting Cosmicus, Cascade. Jaargang 10, december 2013: 29-33

²⁸ Afbeelding uit Rapportage [CvE](http://www.cve.nl) inzake invoering centrale toetsing (oktober 2012), www.wikipedia, gezien 14 februari 2014

Elk referentieniveau heeft vier domeinen, namelijk: getallen, verhoudingen, verbanden en meten/meetskunde. Natuurlijk is de moeilijkheidsgraad van de afzonderlijke domeinen die de leerling ondervindt afhankelijk van het individu. Voor de meeste leerlingen verwachten wij echter dat getallen en verhoudingen makkelijker te ontwikkelen zijn dan de domeinen verbanden en meetkunde/meten. Bij de beide laatste is (meer) inzicht nodig.



De domeinen getallen en verhoudingen bevatten de basisconventies, waaronder getalbegrip en basisbewerkingen. Het ligt dus voor de hand om met de ontwikkeling van kennis uit die domeinen te beginnen. De domeinen verbanden en meten/meetskunde vergen meer inzicht. Het is daardoor logisch om deze verbanden later in het leertraject te gaan ontwikkelen. Dat kan voor alle domeinen via 1F naar 2F en 3F, maar niet persé voor alle domeinen op eenzelfde wijze en tempo. Wij illustreren dat in het volgende mogelijke stappenplan voor het VO.

Stappenplan VO (zie tabel)

Bij binnenkomst moet een oordeelsvorming plaats vinden over waar de leerlingen staan in de ontwikkeling van het rekenen. Deze diagnose omvat de combinatie van instroomtoets en lessen voor de groep als geheel gedurende 1-2 maanden om op niveau 1F -plus te komen bij de domeinen getallen en verhoudingen. (stap 1-3, tabel).

De eerste periode van 1-2 maanden, waaraan de hele ingestroomde groep deelneemt, geeft een waarborg dat hetzelfde referentiekader ontstaat bij de aanpak van de school in het rekenonderwijs, terwijl ook een betere inschatting ontstaat van de ontwikkelvaardigheid en het rekenniveau van elke leerling. Immers, voorzichtigheid met de resultaten van de instroomtoets is geboden. Een slecht resultaat kan zijn veroorzaakt door onderwijs in het PO dat niet voldoende op niveau was of niet voldoende gericht op het memoriseren van basisconventies en een basiswerkwijze, maar ook door nervositeit van individuele leerlingen. Vandaar dat wij menen dat de indeling moet gebeuren nadat er 1 of 2 maanden is gewerkt.

Na die eerste periode rond de rekendomeinen getallen en verhoudingen, kan goed overzien worden welke leerlingen bij instroming op normniveau (zg rekenwijze leerlingen) of boven normniveau (zg rekensterke leerlingen) zitten . Maar ook: welke leerlingen een rekenachterstand hebben die ze relatief snel kunnen inhalen met wat extra voorzieningen en welke rekenzwak zijn. Het is zeer waarschijnlijk dat de laatste groep gedurende het hele VO extra aandacht nodig heeft. Voor de rekensterke groep zijn voorzieningen nuttig om het interessant genoeg te houden voor hen om te blijven oefenen: *“Het automatiseren van basisbewerkingen moet worden onderhouden en dus regelmatig worden geoefend”*²⁹. Dat kan goed samen gaan met mogelijke faciliteiten voor hoog begaafde kinderen.

Na de eerste selectiefase kan het onderwijs groepsgewijs ingericht worden. De leerlingen met rekenachterstand moet goed te volgen zijn op zijn voortgang in de ontwikkeling. Het rekenonderwijs

²⁹ Inspectie van het Onderwijs (april 2011: 6), 'Onderwijsverslag 2009 / 2010'. De Meern: Inspectie van het Onderwijs.

kan gaandeweg worden uitgebreid van de domeinen getallen en verhoudingen naar de andere domeinen. Een stappenplan voor het VO zou er dan bijvoorbeeld als volgt kunnen uitzien:

STAPPEN	Getallen	Verhoudingen	Verbanden	Meetkunde/meten
1	1F			
2	Richting 2F	1F		
3	2F	Richting 2F	1F	
4	Richting 3F	2F	consolidatie	
5	3F	consolidatie	Richting 2F	
6	consolidatie		2F	
7			consolidatie	1F
8				Richting 2F
9				2F
10		Richting 3F	Richting 3F	consolidatie
11		consolidatie	consolidatie	Richting 3F
12		3F		consolidatie
13		consolidatie	3F	
14			consolidatie	3F
15				consolidatie

Dit voorbeeld stappenplan is een eerste proeve. Graag zouden wij dit in een workshop met enkele ervaren leraren als uitgangspunt nemen en verder uitwerken, waarbij ook diverse mogelijke alternatieven bezien moeten worden, opdat leraren elkaar een palet kunnen bieden waaruit ze kunnen kiezen.

Het spreekt voor zich dat een dergelijk stappenplan niet door elke leerling op dezelfde wijze en met dezelfde snelheid kan worden doorlopen. Een zekere mate van individualisering moet mogelijk zijn. Wij denken aan het indelen van groepen per rekendomein en niveau en met een adequate begeleiding. Als goed gebruik wordt gemaakt van geautomatiseerde instrumenten bij leermethoden³⁰ kan elke leerling goed gevolgd worden. Dan is het maken, maar ook het monitoren van een dergelijke indeling goed mogelijk. De progressie van elke leerling bij het rekenen kan goed gevolgd worden door de leerling zelf en door de leraar. Aan het einde van dit artikel geven wij enkele opmerkingen bij het gebruik van geautomatiseerde instrumenten.

Leraar van begeleidend sturen (1F deel 2F) naar begeleidend stimuleren van leren (2F-3F).

Bij de rekenleerlijn 'van oefenen naar zelf ontwikkelen' heeft de leraar bij aanvang een meer sturende rol. In dat stadium worden immers de basisconventies geleerd. De leraar geeft aan wat de regels zijn en welke oplossingsstrategie gebruikt wordt. Naarmate de leerling vordert wordt hij steeds meer 'los' gelaten. Dat begint bij 2F met kleine stapjes. Bij 3F moet de leerling in staat zijn zelfstandig te leren. Dat betekent dat hij zelf een planning maakt en die volgt. De leraar stuurt waar dat nodig is, bijvoorbeeld bij de leerlingen die nu eenmaal van nature wat minder discipline hebben of die om andere redenen vaak te weinig prioriteit geven aan het rekenen. Hoe dat wordt ingevuld hangt af van de leraar, de klas en van de gebruikte leermethoden en bijhorende leermiddelen.

Bij de verandering van onder regie oefenen naar op-afstand-begeleid zelf leren, past ook leren om samenwerkend te leren. Samenwerkend leren stelt voorwaarden aan de leraar en de groep,

³⁰ Wij spreken in dit artikel niet van geautomatiseerde leermethoden om onduidelijkheid te vermijden. Onze opmerkingen aan het einde van dit artikel gaan over de geautomatiseerde instrumenten die binnen een leer methode ingezet (kunnen) worden en in die zin ook deel uitmaken van een leer methode die wordt gekocht.

namelijk: positieve wederzijdse afhankelijkheid, individuele aanspreekbaarheid, directe interactie, aandacht voor de ontwikkeling van sociale vaardigheden en aandacht voor ontwikkeling van het groepsproces (zie ook Ebbens, 2005: 21, fig 1.1. en Ebbens 2005: 167). Dat is een leerproces.

Samenwerkend leren biedt bovendien een goede context om verschillende leervaardigheden te ontwikkelen: van memoriseren/begrijpen tot analyseren/evalueren en creëren. Onderzoek heeft aangetoond dat het cognitieve repertoire vooral wordt ontwikkeld wanneer leerlingen met elkaar spreken over problemen die zij ondervinden met de stof³¹. Door leerlingen samen te laten werken bevordert je ook het aan elkaar uitleggen, in de eigen taal; het met elkaar uitvinden 'hoe-het-moet'. De vaardigheid samenwerken is bovendien noodzakelijk in een samenleving waar mensen in wisselende verbanden samenwerken, de zg netwerksamenleving of holocratie³².

Samenwerkend leren biedt overigens ook een mogelijkheid om een tekort aan begeleiding te voorkomen als er weinig mogelijkheden zijn voor een grotere inzet van een leraar of onderwijsassistent bij het rekenen. Naarmate de leraar zich meer op afstand stelt en verwacht dat de leerling meer zelfstandig gaat werken, is het wenselijk dat leerlingen elkaar gaan helpen. Dat past bij de opbouw van het samenwerken als aangegeven door Ebbens³³. De eerste fasen van samenwerken passen goed bij het werken aan 2F opgaven. Vanaf 3F opgaven: zelfstandig werken in teams, waar leerlingen elkaar helpen met een leraar op afstand.

Samenwerkend leren is makkelijker gezegd dan gedaan. Willen leerlingen dit wel samen doen? En hoe voorkomen we dat ze wel in de ene maar niet in de andere groep willen, dat ze wel de ene maar niet de andere klasgenoot willen helpen of dat er "meelifters" zijn in de groep? Het is in de praktijk lang niet altijd eenvoudig dit utopia te realiseren. Denk aan een klas van bijvoorbeeld Havo4 waar dat jaar veel nieuwe mensen zijn ingestroomd uit een heel andere werkomgeving (VMBO). Daar is geen wij-gevoel, de groepsvorming moet nog plaats vinden. Dat kan overigens ook een kans zijn, mits de leraar voldoende tijd en ruimte in zijn rooster heeft om aandacht te geven aan groepsvorming en de ontwikkeling van normen en waarden in de klas die nodig zijn om samen te kunnen werken. Naar onze mening moet die tijd gegeven worden omdat samenwerken een noodzakelijke vaardigheid is, voor leraren en leerlingen.

Geautomatiseerde leermethoden: belangrijke aandachtspunten

Er moet geoefend worden om het denken en de daarbij horende handelingen te automatiseren. Dan ontstaat er meer ruimte voor ontwikkeling van nieuwe ideeën. Daarbij maakt men graag gebruik van geautomatiseerde instrumenten of leermethoden. Redenen daarvoor verschillen:

- er is geen geld voor leerkrachten rekenonderwijs;
- er zijn goede instrumenten beschikbaar, die (deels) passen bij de hiervoor aangegeven kenmerken;
- er kan een meer persoonsafhankelijke inrichting worden geboden, waarbij de leerling steun krijgt om gaandeweg steeds meer zelfstandig te werken. Zo kan hij immers ook zijn eigen progressie monitoren en zien waar versterking nodig is en op welke punten hulp van een leraar gevraagd kan worden.

Toch mag deze toepassing niet de oplossing zijn voor bezuinigingsdoelstellingen. Er zijn nog steeds kanttekeningen te plaatsen bij het gebruik van geautomatiseerde rekenmethoden. De belangrijkste zijn:

³¹ Bershon (1992), aangehaald door Ebbens cs (2005), 'Samenwerkend leren', Noordhoff Uitgevers, Houten

³² Zie bijvoorbeeld: <http://holacracy.org/>

³³ Ebbens, Sebo, (2005), 'Samenwerkend leren', Noordhoff Uitgevers, Houten en Ebbens, Sebo, Ettehoven, Simon, (2013), 'Samenwerkend leren. Praktijkboek', Noordhoff Uitgevers, Houten

- Werken met geautomatiseerde leermethoden stelt eisen, het veronderstelt dat leerlingen in staat zijn om zelfstandig te werken en zelf te structuur te geven aan hun leerproces en – traject. Niet elke leerling wil/kan dat. Juist de kinderen met rekenachterstanden worden daar door getroffen (oa Ebbens (2005, 2009), Milikowsky³⁴, Teitler)³⁵.
- Zelfstandig werken kan leiden tot het ontwikkelen van te weinig basisvaardigheden. Hoewel het werken met een geautomatiseerde leer methode een structuur biedt, geeft het geen actieve begeleiding. De leerling volgt het pakket. Dat kan er toe leiden dat de leerling niet leert om zelf structuur aan te brengen. Dat leren vergt dat je jezelf actief bevraagt over wat je doet, hoe en waarom (als onderdeel van de eerder genoemde gouden studiedriehoek met vallen en opstaan).
- Te weinig menselijke (positieve) feedback, juist als het niet wil lukken. Dan kan de overtuiging ontstaan: 'ik kan het niet'. Gelderblom (2010: 82) noemt dit didactische verwaarlozing. Als leerlingen teveel faalervaringen hebben opgedaan, waardoor tegenzin is opgebouwd, ontstaat rekenangst. Daar is lastig vanaf te komen, want er is geen zin meer. Terwijl er bovendien kennis ontbreekt aan de basis. Die moet eerst aangevuld alvorens verder te kunnen gaan. Bij het gebruik van een geautomatiseerd leermiddel is het de vraag of dit nog goed kan worden gesignaleerd door een begeleidend leerkracht. Die is er immers vaker niet dan wel bij.

Kortom: laat de inrichting van het rekenonderwijs rond 'eigen kracht' van het kind niet de schaamlap zijn voor bezuinigingen. Richt het gebruik van geautomatiseerde methoden zo in dat deze het regelmatig oefenen ondersteunen van alle leerlingen met een positieve feedback en signalering van eventuele problemen aan de leraar, bijvoorbeeld als een leerling vaak dezelfde fout blijft maken. Maar ook door voor rekenzwakke kinderen een combinatie te maken van dat instrument met een beschikbare vraagbaak (leraar of onderwijsassistent). Voor rekensterke leerlingen is een instrument gewenst met een veelheid aan meer complexe niveaus om het oefenen interessant houden. Als er weinig geld is, kijk dan eens of gepensioneerd leraren of vrijwilligers die (bijna) een lerarenbevoegdheid hebben kunnen helpen als vraagbaak. Bovendien: de vraagbaak kan ook beschikbaar zijn via sociale media en/of op vooraf afgesproken tijden via de webcam in een vertrouwde en afgeschermdde omgeving.

Maar bovenal: de leraar is kwaliteitsbepalend.

Rekenonderwijs vereist een taalvaardigheid. Rekenonderwijs vereist aandacht, consistentie en steun aan leerlingen vanuit de beschikbare mens, leraar of onderwijsassistent, aangevuld met instrumenten als leermethoden en geautomatiseerde omgevingen voor oefenen en leren. Het vereist lef om duidelijk te zijn en eenduidig in een school en – waar nodig – eindeloze discussies af te ronden en te kiezen voor één consistent rekenbeleid voor de hele school en voor alle vakken waar rekenen in voorkomt. Rekenonderwijs vraagt bovenal liefde voor het vak en voor de leerlingen. De leraar doet het, elke dag weer, en niet in zijn eentje.

Theo Veltman was lang werkzaam in het onderwijs, bij het ministerie OCenW, bij diverse agentschappen en in het PO en het VO. Hij was tevens jarenlang parttime docent BVE (internationaal) en, kort, als docent in het VO, Hij is adviseur en projectleider (theo@theoveltman.com).

Ankie Verlaan is directeur van De Ontmoeting, lid de Raad van Toezicht van Hogeschool Rotterdam en voorzitter van de Amsterdamse Federatie van Woningcorporaties. In het verleden was ze onder andere lid van het College van Bestuur van Hogeschool en Universiteit Amsterdam.

³⁴ Milikowski, M., (2012), 'Dyscalculie en rekenproblemen. 20 obstakels en hoe ze te nemen', Amsterdam: Boom

³⁵ Ebbens, S. Ettehoven, S.; (2009); 'Effectief leren'. Basisboek'; Noordhoff Uitgevers, Houten; 2^e druk en Teitler, Peter; (2010); 'Lessen in orde. Handboek voor de onderwijspraktijk'; Coutinho, Bussum